ОТЗЫВ

на диссертационную работу Демьянко Кирилла Вячеславовича «Быстрые методы вычисления характеристик гидродинамической устойчивости», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.07 — вычислительная математика

Представленная работа является исследованием в области численного анализа устойчивости течений вязкой несжимаемой жидкости. Целью работы является является разработка, обоснование и реализация быстрых методов вычисления энергетического и линейного критического чисел Рейнольдса.

Кратко охарактеризуем содержание диссертационной работы. Работа состоит из введения, 3 глав, заключения и списка используемой литературы.

В первой главе развита и обоснована предложенная в работах А.В. Бойко и Ю.М. Нечепуренко технология численного анализа систем обыкновенных дифференциальных и алгебраических уравнений, полученных после пространственной аппроксимации линеаризованных уравнений вязкой несжимаемой жидкости.

Во второй главе численно исследована зависимость линейного критического числа Рейнольдса течения Пуазейля вязкой несжимаемой жидкости в бесконечном канале постоянного прямоугольного сечения от отношения длин сторон сечения канала. Дано теоретическое обоснование этой зависимости на основе сведения исходного течения к течению в канале с периодическими граничными условиями на боковых стенках.

В третьей главе предложены (и некоторые обоснованы) методы ньютоновского типа для решения частичной обычной и обобщенной проблем собственных значений.

В Заключении сформулированы основные результаты диссертации.

Перейдем к оценке результатов диссертации.

1. Актуальность избранной темы. Адекватное описание ламинарно-турбулентного обтекания судов и дозвуковых летательных аппаратов и оптимизация их конструкций требуют знания механизмов потери устойчивости ламинарным пограничным слоем при обтекании различных конфигураций.

Для этого проводят эксперименты с контролируемыми возмущениями в малотурбулентных аэродинамических трубах. Чрезвычайная дороговизна и времязатратность таких экспериментов не позволяют получить данные при всех актуальных значениях параметров. Поэтому эксперимент необходимо сопровождать глубокой обработкой экспериментальных данных, которая состоит в разработке численной модели распространения возмущений в исследуемом ламинарном течении, ее валидации на экспериментальных данных и восполнении с ее помощью экспериментальных данных. Необходимо так же вычислять различные характеристики устойчивости рассматриваемых течений, в том числе, критические числа Рейнольдса.

2. Степень обоснованности научных положений. В работе доказаны следующие теоремы.

- В главе 1 доказана теорема 1.3.1 об эквивалентности преобразованной системы исходной.
- В главе 1 доказана теорема 1.5.1 об относительной погрешности предложенной технологии вычисления критического числа Рейнольдса.
- В главе 2 доказана теорема 2.2.1 о существовании преобразования полученной после аппроксимации системы уравнений, позволяющего сохранить у дискретных операторов свойства их непрерывных аналогов.
- В главе 3 доказана теорема 3.2.1 о сходимости алгоритма построения приближенного спектрального проектора.
- В главе 3 сформулирована теорема 3.3.1 о сходимости алгоритма построения приближенного инвариантного подпространства; доказана теорема в работе El Khoury G., Nechepurenko Yu.M., Sadkane M..

В работе приведены следующие численные эксперименты:

- В главе 2 вычисляются критические числа Рейнольдса течения Пуазейля вязкой несжимаемой жидкости в бесконечном канале постоянного прямоугольного сечения. Вычисления проводятся на сетках 40×100, 60×140, 80×280, 60×400, что ведет к необходимости решения (после предложенных преобразований) обычной проблемы собственных значений с матрицами порядка 1980, 4170, 11160, 11970 соответственно. Проведено сравнение полученных критических чисел Рейнольдса с результатами других авторов.

- В параграфе 2 главы 3 предложенным вариантом двустороннего метода Ньютона решается частичная обычная проблема собственных значений для матрицы, полученной в результате аппроксимации на равномерной прямоугольной сетке эллиптического оператора с условиями Дирихле. Рассматриваются сетки с числом внутренних узлов 200×200, 300×300, 400×400, что соответствует разреженным матрицам порядка 200^2, 300^2, 400^2, имеющим соответственно 199200, 448800, 798400 ненулевых элементов. Проведены вычислительные эксперименты для различных значений параметров вложенных алгоритмов.

- В параграфе 3 главы 3 предложенным вариантом метода Ньютона решается частичная обобщенная проблема собственных значений для матриц, полученных в результате аппроксимации на равномерной прямоугольной разнесенной сетке системы уравнений для анализа линейной устойчивости течения Пуазейля. Рассматривается сетка с числом узлов 200×2000, что соответствует разреженным матрицам порядка $4 \cdot 10^5$, имеющим порядка $2.9 \cdot 10^6$ ненулевых элементов. Проведены вычислительные эксперименты для различных значений параметров вложенных алгоритмов.

3. Новизна исследования и полученных результатов. В работе предложен специальный вариант технологии для исследования устойчивости течений в бесконечных каналах постоянного прямоугольного сечения. Также предложены новые методы решения частичной обычной и обобщенной проблем собственных значений: двусторонний метод Ньютона для вычисления спектрального проектора, отвечающего заданной группе изолированных собственных значений большой разреженной матрицы, и метод Ньютона для вычисления понижающего подпространства, отвечающего изолированному подмножеству конечных собственных значений.

4. Значимость для науки и практики полученных результатов. Практическая значимость работы состоит в создании нового метода вычисления критических чисел Рейнольдса, применимого как в случае плотных, так и в случае разреженных матриц.

5. Рекомендации по использованию результатов и выводов диссертации. Эффективные методы вычисления критических чисел Рейнольдса могут быть востребованы при глубокой обработке экспериментальных данных по устойчивости аэродинамических течений.

6. Содержание и завершенность диссертации. Работа является законченным исследованием в области разработки численных методов вычисления характеристик гидродинамической устойчивости. Исследования доведены до реализации алгоритмов и численных экспериментов. Основные результаты работы опубликованы. Автореферат полностью отражает ее содержание.

7. Достоинства и недостатки в содержании и оформлении диссертации. В целом диссертационная работа написана на хорошем научном уровне и хорошо оформлена.

По содержанию диссертации и характеру изложения имеются замечания.

1. В работе используется «физический» уровень строгости при изложении:

   - Теоремы сформулированы практически без условий, многие результаты вообще не оформлены как теоремы, а «размазаны» по тексту. Например, даже выносимое на защиту в качестве результата

     теоретическое обоснование зависимости линейного критического числа Рейнольдса течения Пуазейля в бесконечном канале постоянного прямоугольного сечения от отношения длин сторон сечения

     не оформлено как утверждение.

   - Идет смешение математических и компьютерных методов в доказательствах и формулировках. Так, формулировка теоремы 1.5.1 об относительной погрешности предложенной технологии вычисления критического числа Рейнольдса содержит применение компьютерной процедуры FZERO из пакета прикладных программ. По тексту не ясно, в какой же области доказывается утверждение: в математической или компьютерной, где множество вещественных чисел конечно и потому даже метод деления пополам нахождения корня функции на отрезке может не сходиться с заданной точностью просто из-за того, что на этом отрезке нет достаточного количества вещественных чисел.

   - В главе 1 стр. 20 при изложении предпосылок к теореме 1.5.1 написано:

Значение функции $r(\mu)$ при фиксированном μ будем находить с использованием процедуры из пакета LAPACK, позволяющей вычислять все собственные значения матрицы $H^{(1)} + \mu H^{(2)}$

Известно, что все численные методы имеют условия сходимости, которые, таким образом, необходимо включить в условия теоремы 1.5.1.

- В главе 3 стр. 69 написано:

  будем использовать процедуру, вычисляющую разложение Шура $B = QTQ^*$ заданной матрицы B, где Q – унитарная, T – верхняя треугольная.

Во-первых, не может быть конструктивной процедуры получения разложения Шура за конечное число операций, может быть только итерационный алгоритм, в пределе дающий приближение к требуемому разложению. Во-вторых, этот алгоритм имеет набор условий сходимости, которые должны войти в условия формулируемых утверждений, чего не сделано.

- В главе 3 стр. 76 написано:

  Первые уравнения систем (3.2.18) и (3.2.19) будем решать используя правое предобусловливание:

$$H_l\Gamma_{lj} = \Omega_{lj}, \quad \Phi_{lj} = L_l\Gamma_{1j} \tag{3.2.20}$$

  где

$$H_1 = (I-\Pi)(A-t_{jj}I)L_1, \quad H_2 = (I-\Pi)^*(A-t_{jj}I)^*L_2$$

  а L_l – некоторые предобусловливающие матрицы. Применяя GMRES к (3.2.20) мы найдем приближенное решение $\widehat{\Gamma}_{lj}$ удовлетворяющее неравенству

$$\left\|\Omega_{lj} - H_l\widehat{\Gamma}_{lj}\right\|_2 \leq \delta\|R_l\|_2$$

Здесь t_{jj}, $j = 1,\ldots,p$ – диагональные элементы матрицы T из разложения Шура из предыдущего пункта (полученные (если алгоритм сошелся) в результате итерационного алгоритма с некоторой погрешностью). В работе опять совершенно ничего не сказано, почему алгоритм GMRES будет сходиться (да еще с заданной точностью) для каждой из $2p$ матриц указанной сложной структуры. При этом указанные выше системы (3.2.20) возникают на каждом шаге рассматриваемого Ньютоновского процесса с новым набором из $2p$ матриц, что делает утверждение о применимости GMRES достаточно неочевидным и требующим обоснования.

- В главе 3 стр. 79 написано:

  В предобусловливателях (3.2.11) и (3.2.22) использовалось неполное LU–разложение с параметром отсечения, равным 10^{-3}.

  Во-первых, видимо идет речь об алгоритме ILUT, а во-вторых, опять ничего не сказано об условиях применимости алгоритма и не исследовано, выполнены ли они для рассматриваемых матриц.

2. Ни в одном из численных экспериментов, приведенных в работе, нет данных о времени работы алгоритма. Все вычислительные затраты измеряются в итерациях. Из-за вложенности алгоритмов, когда на каждой итерации одного алгоритма вызывается итерационное решение подзадач другими алгоритмами, единственное, что объективно характеризует эксперимент – это время, включая подготовительные операции по редукции систем.

3. Ни в одном из численных экспериментов, приведенных в работе, нет сравнения с временем работы других алгоритмов решения этой же задачи. В эксперименте из главы 2 есть сравнение ответа с работами других авторов, что говорит об отсутствии ошибок в реализации. Для экспериментов в главе 3 нет даже этого. В работе упоминается и используется пакет LAPACK, позволяющий решать частичные и полные проблемы собственных значений (обычные и обобщенные), т.е. он может быть использован хотя бы для проверки на ошибки реализации столь сложных вложенных алгоритмов. В этой связи вынесение в название работы словосочетания «быстрые методы» выглядит неуместным.

Подчеркнем, что сделанные замечания нисколько не умоляют ценности полученных в работе результатов.

8. Заключение. Диссертация соответствует требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней», предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук по специальности 01.01.07, а ее автор, Демьянко Кирилл Вячеславович, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико–математических наук по специальности 01.01.07 — вычислительная математика.

Официальный оппонент:
д.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры
кафедры вычислительной математики
механико-математического факультета
МГУ им. М.В. Ломоносова
119991, Москва, ГСП-1, Ленинские горы, д. 1
тел.: +79161645227
email: bogachev@mech.math.msu.su

Богачев К.Ю.

Подпись Богачева К.Ю. заверяю
Ученый секретарь кафедры
вычислительной математики
механико-математического факультета
МГУ им. М.В. Ломоносова,
доцент

Валединский В.Д.